Heikki Hyötyniemi: *Enformaatioteoria — elämänvoiman perusteet*. Luonnonfilosofian seuran julkaisuja. Helsinki: Books on Demand, 2013.

Korjauksia

- Kustannuksen $J(x)$ muotoilu kaavassa (5.2) ei vastaa kaavaa (5.1). Tämän näkemiseksi avataan ensiksi

  $$J(x) = \frac{1}{2}\,(u - \Phi x)^{\mathrm{T}}\,\Phi\mathcal{E}\left\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\right\}\Phi^{\mathrm{T}}\,(u - \Phi x)$$

  muotoon

  $$\begin{aligned} J(x) &= \frac{1}{2}\,x^{\mathrm{T}}\Phi^{\mathrm{T}}\Phi\mathcal{E}\left\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\right\}\Phi^{\mathrm{T}}\Phi\,x - x^{\mathrm{T}}\Phi^{\mathrm{T}}\Phi\mathcal{E}\left\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\right\}\Phi^{\mathrm{T}}\,u \\ &\qquad + \frac{1}{2}\,u^{\mathrm{T}}\Phi\mathcal{E}\left\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\right\}\Phi^{\mathrm{T}}u, \end{aligned}$$

  eli, koska $\Phi^{\mathrm{T}}\Phi = I_n$ ja $\bar{x} = \Phi^{\mathrm{T}}u$,

  $$\begin{aligned} J(x) &= \frac{1}{2}\,x^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\left\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\right\}x - x^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\left\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\right\}\Phi^{\mathrm{T}}\,u \\ &\qquad + \frac{1}{2}\,u^{\mathrm{T}}\Phi\Phi^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\left\{uu^{\mathrm{T}}\right\}\Phi\Phi^{\mathrm{T}}u. \end{aligned}$$

  Koska $\bar{x} = \Phi^{\mathrm{T}}u = \mathcal{E}\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\}^{-1}\mathcal{E}\{\bar{x}u^{\mathrm{T}}\}\,u$, voidaan kirjoittaa $\mathcal{E}\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\}\Phi^{\mathrm{T}}\,u = \mathcal{E}\{\bar{x}u^{\mathrm{T}}\}\,u$, joten

  $$\begin{aligned} J(x) &= \frac{1}{2}\,x^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\left\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\right\}x - x^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\left\{\bar{x}u^{\mathrm{T}}\right\}u \\ &\qquad + \frac{1}{2}\,u^{\mathrm{T}}\Phi\Phi^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\left\{uu^{\mathrm{T}}\right\}\Phi\Phi^{\mathrm{T}}u. \end{aligned}$$

  Vertaamalla tätä kaavaan (5.1) nähdään, että ainoa ero lausekkeissa on vakioarvoinen lisätermi $\frac{1}{2}\,u^{\mathrm{T}}\Phi\Phi^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\{uu^{\mathrm{T}}\}\Phi\Phi^{\mathrm{T}}u = \frac{1}{2}\,\bar{x}^{\mathrm{T}}\mathcal{E}\{\bar{x}\bar{x}^{\mathrm{T}}\}\,\bar{x}^{\mathrm{T}}$. Koska tämä termi katoaa kustannuksen optimointia suoritettaessa, eli derivoitaessa vektorin x suhteen, se *ei muuta suoritettuja päättelyitä millään tavoin*.

- Kaavan (6.8) muotoilu ei ole mielekäs: se toimii vain jos $x(t)$ on skalaarinen. Oikean formuloinnin löytämiseksi määritellään diagonalisoituvalle matriisille $\frac{\gamma}{\tau_x\tau_u}\,GG^{\mathrm{T}}$ ominaisarvohajotelma:

  $$\Theta\begin{pmatrix} \mu_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_n \end{pmatrix}\Theta^{\mathrm{T}} = \frac{\gamma}{\tau_x\tau_u}\,GG^{\mathrm{T}},$$

koska matriisin symmetrisyyden vuoksi $\Theta^{-1} = \Theta^{\mathrm{T}}$. Kun tämä sijoitetaan kaavaan (6.7), saadaan

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) = -\Theta \begin{pmatrix} \mu_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_n \end{pmatrix} \Theta^{\mathrm{T}}\, x(t),$$

josta edelleen, määriteltäessä $\xi(t) = \Theta^{\mathrm{T}}\, x(t)$,

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}(t) = \Theta^{\mathrm{T}}\, \frac{d^2x}{dt^2}(t) = - \begin{pmatrix} \mu_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mu_n \end{pmatrix} \xi(t).$$

Tämä sisältää n itsenäistä differentiaaliyhtälöä joiden muoto on

$$\frac{d^2\xi_i}{dt^2}(t) = -\mu_i\, \xi_i(t).$$

Koska $\mu_i > 0$, tällaisten ratkaisu on muotoa

$$\xi_i(t) = A_i \sin\left(\sqrt{\mu_i}\; t + \psi_i\right),$$

jossa amplitudi A_i ja vaihe ψ_i ovat vapaita, alkuehdoista määräytyviä parametreja, ja jossa ominaisarvo määrittelee värähtelyn kulmataajuuden, $\omega_i = \sqrt{\mu_i}$. Näin ollen kokonaisjärjestelmä koostuu joukosta elementaarisia harmonisia värähtelijöitä, joista voidaan rekonstruoida

$$x(t) = \Theta\; \xi(t).$$

Kaava (6.8) voidaan siis tulkita muodoltaan vain ”suuntaa-antavaksi”. Resonaattorien tarkkaa muotoa ei kuitenkaan käytetä myöhemmin, joten asialla ei ole suurta merkitystä.